

Vektörler

FİZİKSEL NİCELİKLER

Fiziksel büyüklükler **skaler** ve **vektörel** olmak üzere ikiye ayrılır.

- Bir sayı ve bir birim ile tam olarak açıklanabilen büyüklüklere **skaler büyüklük (nicelik)** denir.
Kütle, uzunluk, sürat, akım şiddeti, sıcaklık, enerji v.b. skaler niceliklerdendir.
- Tam olarak ifade edilebilmesi için sayı ve biriminin yanında yönün de belirtilmesi gereken büyüklüklere **vektörel büyüklük (nicelik)** denir.
Kuvvet, ivme, hız, tork, itme, momentum vb. vektörel niceliklerdendir.

1 Örnek

Günlük yaşamda fizikle ilgili kullanılan bazı nicelikler şöyledir:

- Dersin başlamasına kalan süre 10 dakika
- Yemek tariflerini uygularken kullandığım bardağın hacmi 200 mililitre
- Yerden 2,5 m yüksekliğe asılmış kum torbasının ağırlığı 360 Newton

Buna göre, I, II, III açıklamalarından hangileri skaler nicelik ifadesidir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

Çözüm:

.....

.....

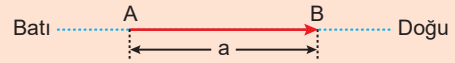
.....

.....

.....

VEKTÖRÜN ÖZELLİKLERİ

Vektörel büyüklükleri kâğıt üzerinde göstermeye yarayan yönlendirilmiş doğru parçalarına **vektör** denir.



- Bir niceliğin vektörel nicelik olduğu, sembol üzerine konulan küçük ok ile belirtilir.
 $\vec{K}$: Niceliğin vektörel gösterimi
- Vektörel niceliğin büyüklüğü gösterilirken sembol, iki çizgi arasında olur ya da üzerindeki oku çizilmez.
 $|\vec{K}|$ ya da K : Niceliğin büyüklük gösterimi

Başlangıç Noktası

Vektörün uygulama noktasıdır. Şekildeki A noktası, vektörün başlangıç noktasıdır.

Doğrultu

Vektörün üzerinde bulunduğu çizgiye denir. Şekildeki batı-doğu çizgisi vektörün doğrultusudur.

Yön

Vektörün, doğrultu üzerinde hangi tarafa etki ettiğini gösterir. Şekildeki çizimde vektörün yönü doğuya doğrudur ya da A'dan B'ye doğrudur.

Büyüklük

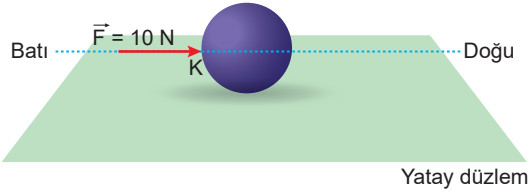
Vektörün şiddeti, sayısal değeri ya da uzunluğudur. Şekildeki a mesafesi vektörün büyüklüğüdür.

Bitiş Noktası

Vektör modelinde ok olan uç, bitiş noktasıdır. Şekildeki B noktası vektörün bitiş noktasıdır.

2 Örnek

Bir bilyardo topuna, şekildeki gibi K noktasından 10 N'lik kuvvet uygulanmıştır.



Buna göre,

- I. Kuvvetin şiddeti 10 N'dir.
- II. Kuvvetin uygulama noktası K noktasıdır.
- III. Kuvvetin yönü doğuya doğrudur.

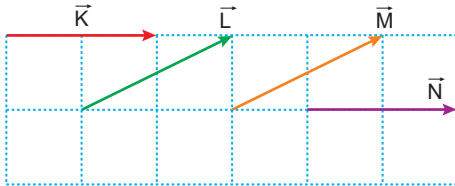
yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve III
- E) I, II, III

Çözüm:

Eşit Vektörler

Yönü ve büyüklüğü aynı olan vektörlere **eşit vektör** denir.



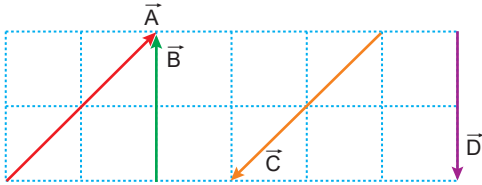
Yukarıdaki şekil

$$\vec{K} = \vec{N} \text{ ve } \vec{L} = \vec{M}$$

olarak ifade edilebilir.

Zıt Vektörler

Doğrultuları ve büyüklükleri aynı, yönleri birbirinin tersi olan vektörlere **zıt vektör** denir.



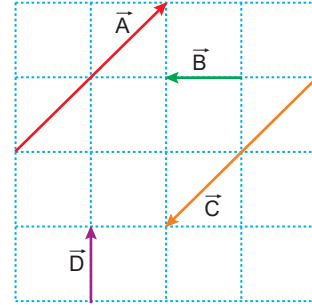
Yukarıdaki şekilde $\vec{A}$ ile $\vec{C}$; $\vec{B}$ ile $\vec{D}$ zıt vektörlerdir.

$$\vec{A} = -\vec{C} \text{ ve } \vec{B} = -\vec{D}$$

biçiminde gösterilir.

3 Örnek

Eşit karelere bölünmüş düzlemde, $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ vektörleri şekildeki gibidir.



Buna göre,

- I. $\vec{A} = -\vec{C}$ 'dir.
- II. $\vec{B}$ ile $\vec{D}$, büyüklükleri aynı olan vektörlerdir.
- III. $\vec{A}$ ile $\vec{C}$ birbirine paralel, $\vec{B}$ ile $\vec{D}$ birbirine dik doğrultudadır.

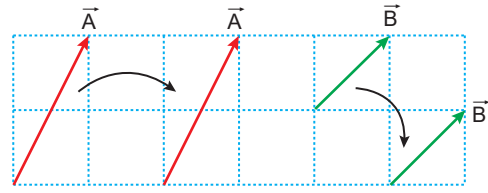
yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) I ve II
- C) I ve III
- D) II ve III
- E) I, II ve III

Çözüm:

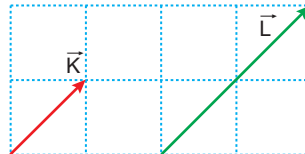
Not

Bir vektör, bulunduğu düzlemde yönü, büyüklüğü ve doğrultusu değiştirilmeden istenilen yere taşındığında özellik değişmez.



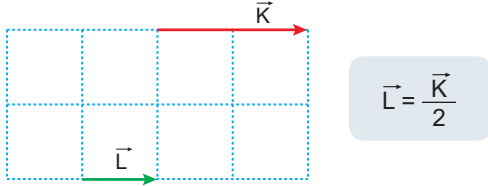
Vektörün Skaler Bir Sayı İle Çarpılması ve Skaler Sayıya Bölünmesi

Bir vektörün, 1'den farklı bir pozitif sayıyla çarpımı yine bir vektör oluşturur ancak büyüklüğü artar.

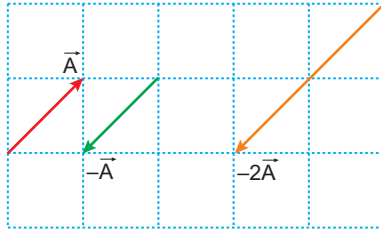


$$\vec{L} = 2\vec{K}$$

Bir vektörün, 1'den farklı pozitif sayıya bölümü yine bir vektör oluşturur ancak büyüklüğü azalır.

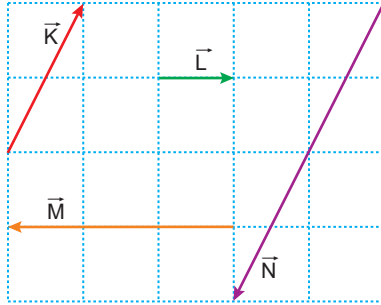


Bir vektör, negatif bir sayıyla çarpılırsa yön değişir.



4 Örnek

Eşit karelere bölünmüş düzlemde verilen $\vec{K}$, $\vec{L}$, $\vec{M}$, $\vec{N}$ vektörleri şekildeki gibidir.



Buna göre,

- I. $\vec{K} = -\frac{\vec{N}}{2}$ dir.
- II. $\vec{M} = 3\vec{L}$ 'dir.
- III. $\vec{K}$ ve $\vec{N}$ zıt vektörlerdir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

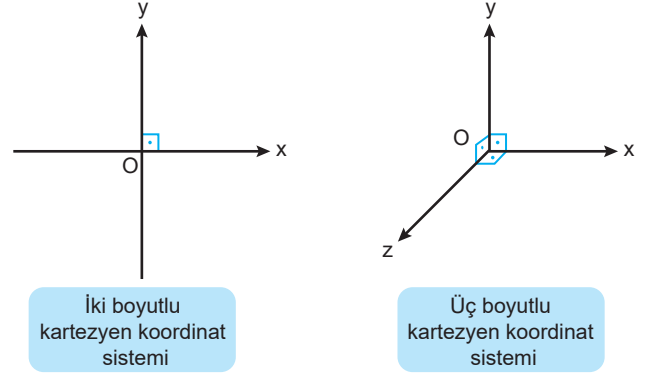
Çözüm:



İki ve Üç Boyutlu Kartezyen Koordinat Sisteminde Vektör Gösterimi

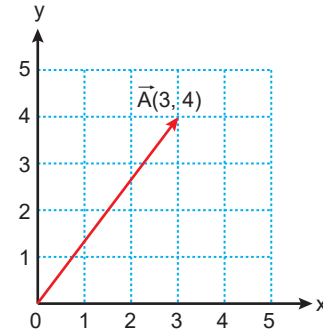
Vektörleri ölçekli olarak göstermek için kullanılan ve birbirlerine dik eksenlerden oluşan sisteme **kartezyen koordinat sistemi** denir.

Kartezyen koordinat sistemi, iki dik eksen oluşmuşsa **iki boyutlu**, üç dik eksen oluşmuşsa **üç boyutlu** olarak adlandırılır.

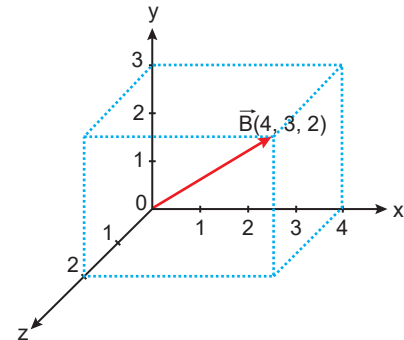


İki ve üç boyutlu, şekildeki kartezyen koordinat sistemlerinde, eksenlerin başlangıç noktası olan O noktasına **orijin** denir.

İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde $\vec{A}(3, 4)$ vektörü şekildeki gibidir.

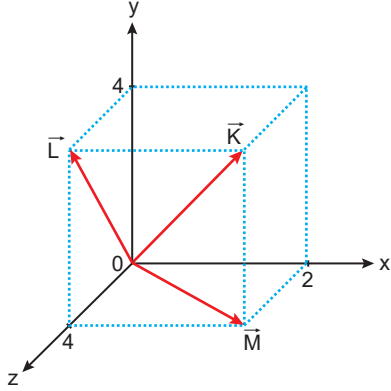


Üç boyutlu kartezyen koordinat sisteminde $\vec{B}(4, 3, 2)$ vektörü şekildeki gibi gösterilir.



5 Örnek

$\vec{K}$, $\vec{L}$, $\vec{M}$ vektörleri, üç boyutlu kartezyen koordinat sisteminde şekildeki gibi gösteriliyor.



Buna göre,

- I. $\vec{K}$ vektörünün gösterimi $\vec{K}(4, 4, 2)$ biçimindedir.
- II. $\vec{L}$ vektörünün gösterimi $\vec{L}(4, 4)$ biçimindedir.
- III. $\vec{M}$ vektörünün gösterimi $\vec{M}(2, 0, 4)$ biçimindedir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

Çözüm:

VEKTÖREL TOPLAMA

İki ya da daha fazla vektörün görevini tek başına yapabilen vektöre **bileşke vektör** denir ve $\vec{R}$ ile gösterilir.

Bileşkeyi oluşturan her bir vektöre **bileşen** denir.



Şekildeki iki vektörün bileşkesi,

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

olarak ifade edilir.

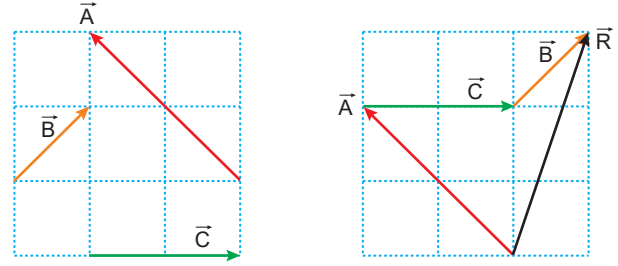
Vektörlerin bileşkesi üç yöntemden herhangi biri kullanılarak bulunabilir.

Bu yöntemler:

- Uç Uca Ekleme (Çokgen) Yöntemi
- Paralelkenar Yöntemi
- Bileşenlerine Ayırma Yöntemi

1. Uç Uca Ekleme (Çokgen) Yöntemi

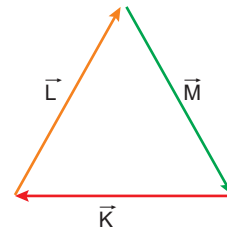
Bir vektörün başlangıç noktası, diğer bir vektörün bitiş noktasına taşınır. Var olan bütün vektörler, bir sıra şartı olmadan uç uca eklendikten sonra ilk başlangıç noktasından en son vektörün bitiş noktasına yeni bir vektör çizilir. Çizilen bu son vektör, bileşke vektör olur.



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

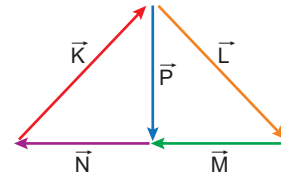
Not

Vektörlerin uç uca eklenmesi sonucunda başlangıç noktasına dönülüyorsa bileşke sıfırdır.



6 Örnek

Aynı düzlemde verilen $\vec{K}$, $\vec{L}$, $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$ vektörleri şekildeki gibidir.



Buna göre, beş vektörün bileşkesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

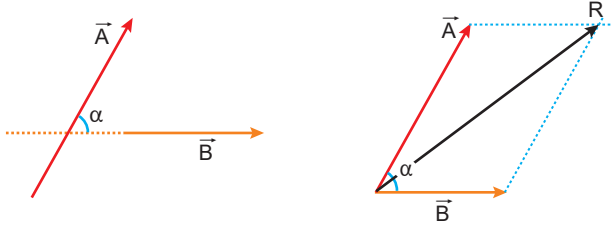
- A) $\vec{K}$ B) $\vec{L}$ C) $\vec{M}$ D) $\vec{N}$ E) $\vec{P}$

Çözüm:

2. Parelelkenar Yöntemi

Bu yöntem, her defasında sadece iki vektörün bileşkesini almak için kullanılır.

Yöntem uygulanırken vektörlerin başlangıç noktaları bir araya getirilir. Oluşan şekil üzerine paraleller çizilerek bir paralelkenar elde edilir. Başlangıç noktasından çizilen köşegen, bileşke vektör olur.



$\vec{R}$ 'nin büyüklüğü hesaplanırken **kosinüs teoremi** kullanılır.

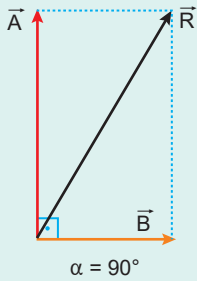
Şekildeki $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin bileşkesinin büyüklüğü,

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha}$$

bağıntısıyla hesaplanır.

► α açısı 90° ise kosinüs teoremi **pisagor bağıntısına** dönüşür.



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 90^\circ}$$

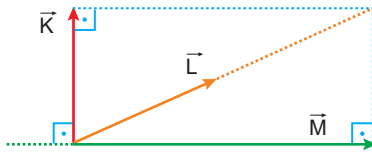
$$\cos 90^\circ = 0 \text{ olduğundan}$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

bulunur.

7 Örnek

Aynı düzlemde şekildeki gibi verilen $\vec{K}$, $\vec{L}$, $\vec{M}$ vektörlerinin büyüklükleri sırasıyla 3 br, 2 br ve 4 br'dir.



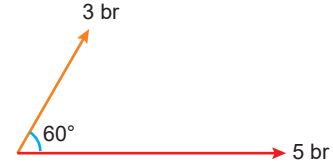
Buna göre, bu üç vektörün bileşkesinin büyüklüğü kaç br olur?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm:

8 Örnek

Büyüklükleri 3 br ve 5 br olan ve aynı düzlemde bulunan şekildeki vektörlerin bileşkesinin büyüklüğü R'dir.

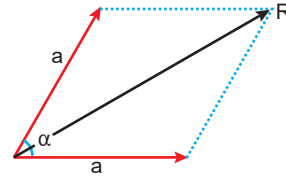


Buna göre, R kaç br'dir? ($\cos 60^\circ = 0,5$)

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

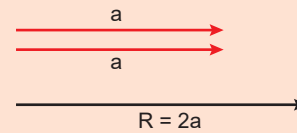
Çözüm:

Bileşkenin Hesabına Özel Durumlar

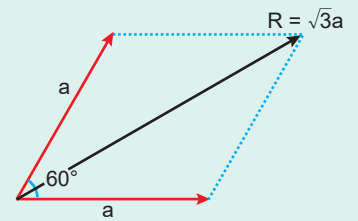


Her birinin büyüklüğü a olan aynı düzlemdeki iki vektör arasında α açısı varsa özel açı değerleri için bileşkenin büyüklüğü aşağıdakiler gibi olur.

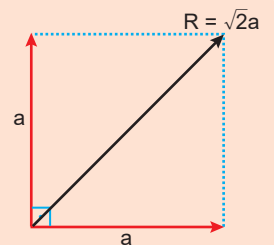
$\alpha = 0^\circ$ ise bileşkenin büyüklüğü $2a$ olur.



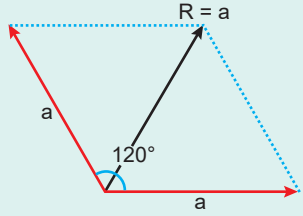
$\alpha = 60^\circ$ ise bileşkenin büyüklüğü, bileşenlerden birinin $\sqrt{3}$ katı olur.



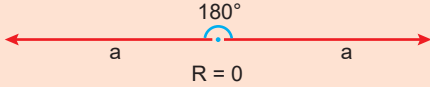
$\alpha = 90^\circ$ ise bileşkenin büyüklüğü, bileşenlerden birinin $\sqrt{2}$ katı olur.



$\alpha = 120^\circ$ ise bileşkenin büyüklüğü, bileşenlerden birine eşit olur.

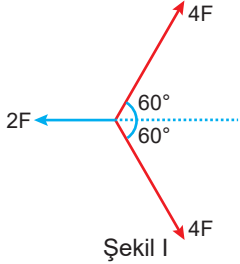


$\alpha = 180^\circ$ ise bileşkenin büyüklüğü sıfır olur.

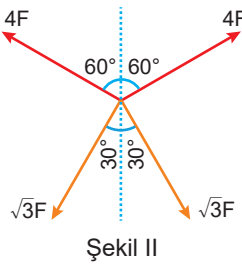


9 Örnek

Aynı düzlemde verilen Şekil I'deki kuvvetlerin bileşkelerinin büyüklüğü R_1 , Şekil II'dekilerin bileşkelerinin büyüklüğü R_2 'dir.



Şekil I



Şekil II

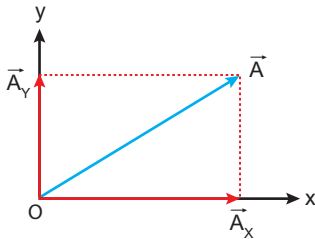
Buna göre, $\frac{R_1}{R_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

Çözüm:

3. Bileşenlerine Ayırma Yöntemi

Bu yöntemle vektörün xy koordinat sistemindeki bileşenleri bulunurken, vektörün ucundan hem x eksenine, hem de y eksenine paraleller çizilir.

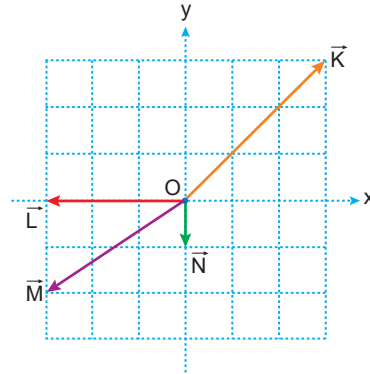


Orijinden, bu paralellerin eksenleri kestiği noktalara çizilen vektörler bileşenleri oluşturur.

Şekildeki $\vec{A}$ vektörünün x eksenindeki bileşeni $\vec{A}_x$, y eksenindeki bileşeni $\vec{A}_y$ 'dir.

Bileşkenin Tablo Yöntemiyle Bulunması

Bu yöntemde, vektörlerin x ve y eksenlerindeki bileşenleri, tek tek tabloya kaydedilir.

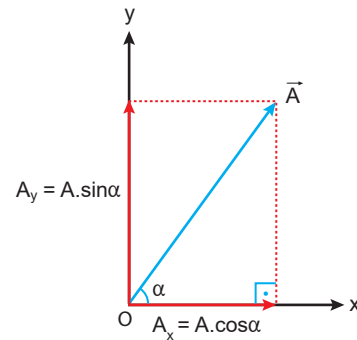


	x	y
K	+3	+3
L	-3	0
M	-3	-2
N	0	-1
R	-3	0

Bileşenlerin x eksenindeki bileşeni -3, y eksenindeki bileşeni 0 çıktı. Bileşkenin büyüklüğü 3 br olur.

$R = 3 \text{ br}$

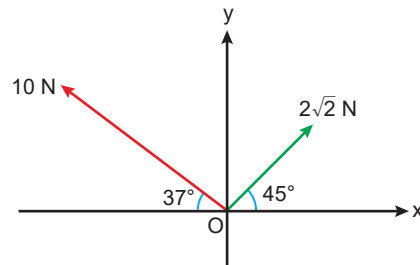
Bileşenlerin Trigonometrik Yöntemle bulunması



Bu yöntemde $\vec{A}$ vektörü için, açının komşusundaki bileşen, $A_x = A \cos \alpha$, açının karşısındaki bileşeni $A_y = A \sin \alpha$ olur.

10 Örnek

Büyüklükleri 10 N ve $2\sqrt{2}$ N olan aynı düzlemdeki iki vektör, şekildeki gibidir.



Buna göre, bu vektörlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç N'dir?

($\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$)

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

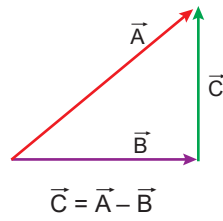
Çözüm:

VEKTÖREL ÇIKARMA

Bir vektörden diğer bir vektörü çıkarma işlemi iki yolla yapılır.

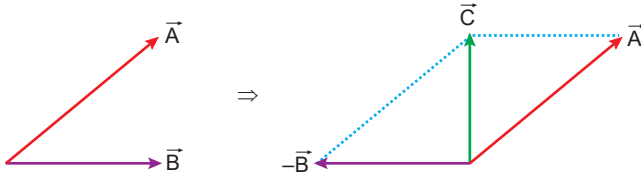
1. Yol

$\vec{A}$ 'dan $\vec{B}$ 'yi çıkarmakla elde edilecek fark vektörü $\vec{C}$ olsun. $\vec{A}$ ile $\vec{B}$ 'nin başlangıç noktaları bir araya getirilir ve (-) işaretli olanın ucundan diğerinin ucuna çizilen vektör $\vec{C}$ 'yi verir.



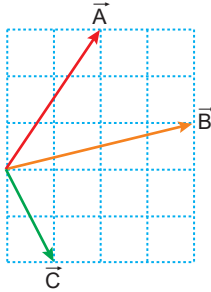
2. Yol

$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ işlemi $\vec{C} = \vec{A} + (-\vec{B})$ şeklinde düşünülebilir. Bu yazım $\vec{A}$ ve $-\vec{B}$ 'yi toplamak olur.



11 Örnek

Özdeş kare bölmeler üzerinde aynı düzlemlide $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ vektörleri şekildeki gibi veriliyor.



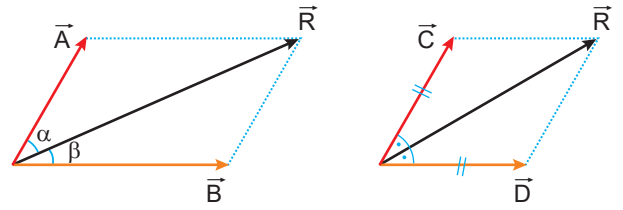
$\vec{A} - \vec{B}$ 'nin büyüklüğü a, $\vec{B} - \vec{C}$ 'nin büyüklüğü b olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\sqrt{2}$

Çözüm:

BİLEŞKE VEKTÖRÜN ÖZELLİKLERİ

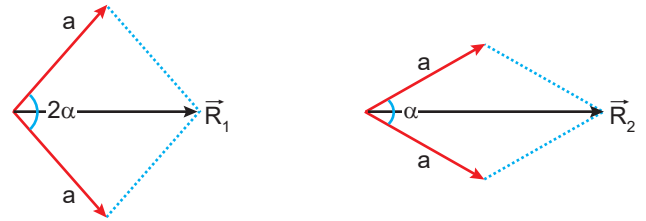
- Bileşke, büyük vektöre daha yakındır. Eğer vektörler aynı büyüklükte ise bileşke vektör açıortay üzerinde bulunur.



$\alpha > \beta$ olduğundan $A < B$ 'dir.

$C = D$

- İki vektör arasındaki açı küçüldükçe bileşke büyür.



$R_2 > R_1$ 'dir.

- Bileşke, vektörlerin toplamından büyük, farkından küçük olamaz.

12 Örnek

Büyüklükleri 6, 8, 12 birim olan üç vektörle elde edilebilecek en küçük bileşke vektörün büyüklüğü kaç br olur?

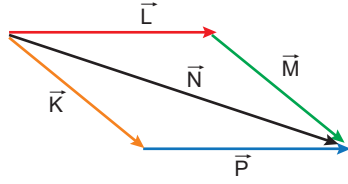
- A) 0 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

1. Aynı düzlemde bulunan $\vec{K}$, $\vec{L}$, $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$ vektörleri şekildeki gibidir.

Buna göre,

- I. $\vec{L} + \vec{M} = \vec{N}$
 II. $\vec{L} + \vec{M} = \vec{K} + \vec{P}$
 III. $\vec{N} + \vec{K} = \vec{P}$



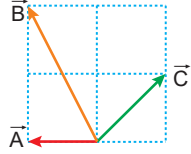
eşitliklerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I, II ve III

Çözüm:

2. Aynı düzlemde bulunan $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ vektörleri şekildeki gibidir.

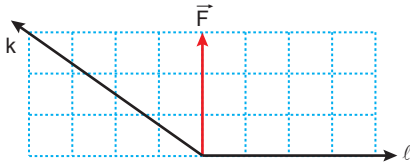
Buna göre, $\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$ işleminden elde edilen vektör aşağıdakilerden hangisidir?



- A) B) C) D) E)

Çözüm:

3. Eşit karelere bölünmüş düzlemde verilen $\vec{F}$ vektörünün, k ve ℓ eksenlerindeki bileşenlerinin büyüklükleri sırasıyla F_k ve F_ℓ 'dir.

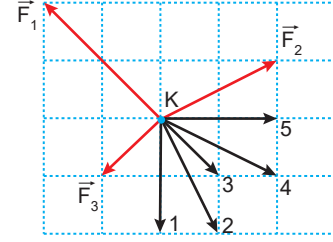


Buna göre, $\frac{F_k}{F_\ell}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{5}{3}$

Çözüm:

4. Sürtünmesiz yatay zeminde durmakta olan noktasal K cismine $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ kuvvetleri etki etmektedir.

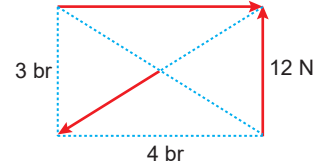


K cismine etki eden kuvvetlerin bileşkesi sıfır olduğuna göre, şekilde gösterilmeyen $\vec{F}_4$ kuvveti 1, 2, 3, 4, 5 vektörlerinden hangisidir? (Kare bölmeleri özdeş kabul ediniz.)

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

5. Kenar uzunlukları 3 br ve 4 br olan dikdörtgenin kısa kenarı üzerindeki kuvvet vektörünün büyüklüğü 12N'dir.



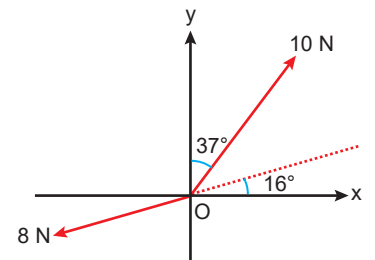
Buna göre, şekildeki üç vektörün bileşkeleri kaç N'dir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

Çözüm:

6. O noktasal cismine etki eden aynı düzlemdeki kuvvetlerin bileşkesi kaç N'dir?

($\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0,6$
 $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0,8$)



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm:

Tork ve Denge

TORK

Cisimlere uygulanan kuvvetler, cisimlerin öteleme, titreşim ya da dönme hareketi yapmasına sebep olabilir. Bu hareketlerden dönme hareketinin oluşabilmesi için cismin bir eksen etrafında dönmeye zorlanması gerekir. Kuvvetin işte bu döndürücü etkisine **tork** denir.

Tork, τ (to) sembolü ile gösterilir.



Kapı kolunun döndürülmesi



Musluk başlığının döndürülmesi



Cıvatanın sıkılması

1 Örnek

Günlük hayatta kullanılan bazı aletler ya da aletlere ait parçalar aşağıdaki görsellerde gösterilmiştir.



Cıvata anahtarı

I



Çamaşır makinesinin tamburu

II



Rüzgar türbininin pervanesi

III

Buna göre, I, II, III görsellerinin hangilerinde kuvvetin döndürücü etkisinden söz edilebilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

Çözüm:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

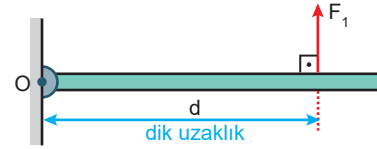
.....

.....

.....

Torkun Hesaplanması - 1

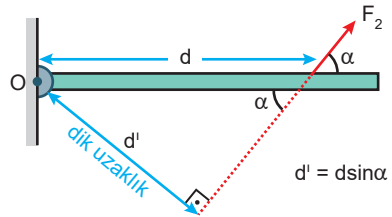
Bir eksen etrafında dönmeye zorlanan ya da döndürülen cisimlere uygulanan kuvvetin torku, kuvvetin büyüklüğüne ve kuvvetin dönme noktasında dik uzaklığına bağlıdır.



F_1 , kuvvetinin O noktasına göre torku,

$$\tau = F_1 \cdot d$$

bağıntısıyla hesaplanır.

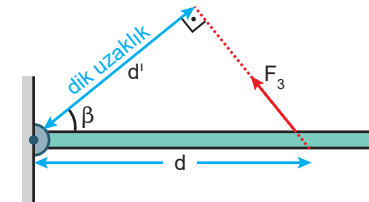


F_2 kuvvetinin O noktasına göre torku,

$$\tau = F_2 \cdot d'$$

$$\tau = F_2 d \sin \alpha$$

bağıntısıyla hesaplanır.



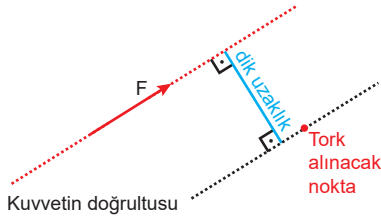
F_3 kuvvetinin O noktasına göre torku,

$$\tau = F_3 \cdot d'$$

$$\tau = F_3 d \cos \beta$$

bağıntısıyla hesaplanır.

Not



Bir kuvvetin, dönme noktasına dik uzaklığı bulunurken aşağıdaki işlem basamakları uygulanır.

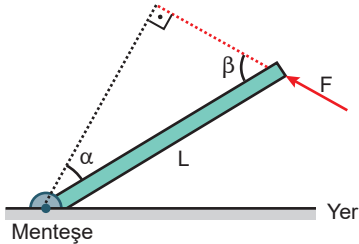
- Kuvvetin doğrultusu belirlenir.
- Tork alınacak noktadan geçen ve kuvvet doğrultusuna paralel olan bir çizgi çizilir.
- Çizilen çizgi ile kuvvet doğrultusu arasındaki en kısa mesafe, dik uzaklık olur.

O noktasına göre F_1, F_2, F_3, F_4 kuvvetlerinin dik uzaklıkları şöyledir:

Kuvvet	Dik Uzaklık
F_1	a
F_2	a
F_3	$\frac{a}{2}$
F_4	Sıfır

2 Örnek

Şekildeki düzende, çubuğun ucuna uygulanan F kuvvetinin menteşeye göre torku hesaplanacaktır.



Çubuğun boyu L olduğuna göre F kuvvetinin menteşeye göre torku,

- $\tau = F \cdot L \cos \beta$
- $\tau = F \cdot L \sin \alpha$
- $\tau = F \cdot L \cos \alpha$

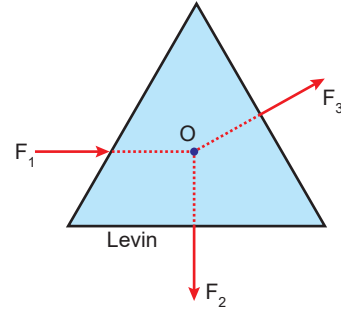
bağıntılarından hangileriyle hesaplanır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

Çözüm:

Not

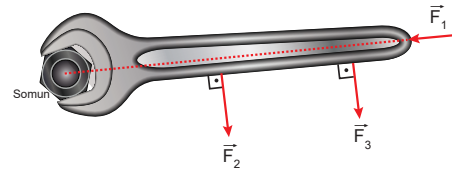
Kendisi ya da uzantısı dönme noktasından geçen kuvvetlerin torku sıfırdır.



O noktasından geçen eksen etrafında dönebilen, şekildeki üçgen levhaya uygulanan F_1, F_2, F_3 kuvvetlerinin O noktasına göre torkları sıfırdır.

3 Örnek

İngiliz anahtarı, bir somuna şekildeki gibi takıldıktan sonra anahtara şekildeki F_1, F_2, F_3 kuvvetleri ayrı ayrı uygulanıyor.



Buna göre,

- F_1 kuvveti anahtarı döndüremez.
- $F_2 = F_3$ ise bu kuvvetlerin somun merkezine göre torkları aynı büyüklüktedir.
- F_2 ile F_3 'ün somun merkezine göre torkları aynı büyüklükte ise $F_2 > F_3$ olur.

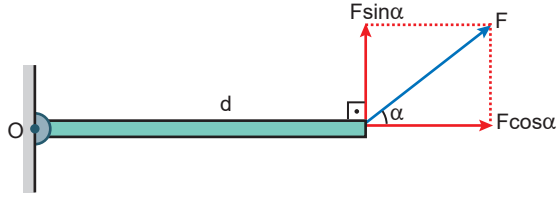
yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) I, II ve III

Çözüm:

Torkun Hesaplanması - 2

Bir kuvvetin bir noktaya göre torku, o kuvvetin bileşenlerinin torkları toplamı olarak da hesaplanabilir.

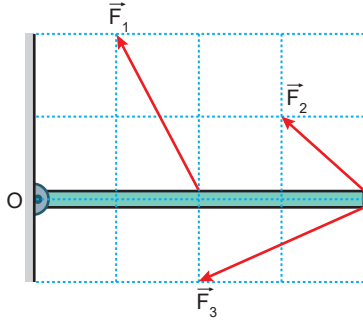


$$\tau = F \sin \alpha \cdot d + F \cos \alpha \cdot 0$$

$$\tau = F \cdot d \cdot \sin \alpha$$

4 Örnek

O noktasından geçen yatay eksen etrafında dönebilen ağırlıksız çubuğa aynı düzlemde uygulanan $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ kuvvetleri şekildeki gibidir.



$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ kuvvetleri, çubuğa ayrı ayrı uygulanmış olup O noktasına göre torklarının büyüklükleri sırasıyla, τ_1 , τ_2 , τ_3 olduğuna göre, bu nicelikler arasındaki ilişki nedir?

(Kare bölmeleri özdeş kabul ediniz.)

- A) $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ B) $\tau_1 = \tau_3 > \tau_2$ C) $\tau_2 = \tau_3 > \tau_1$
D) $\tau_2 > \tau_1 = \tau_3$ E) $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$

Çözüm:

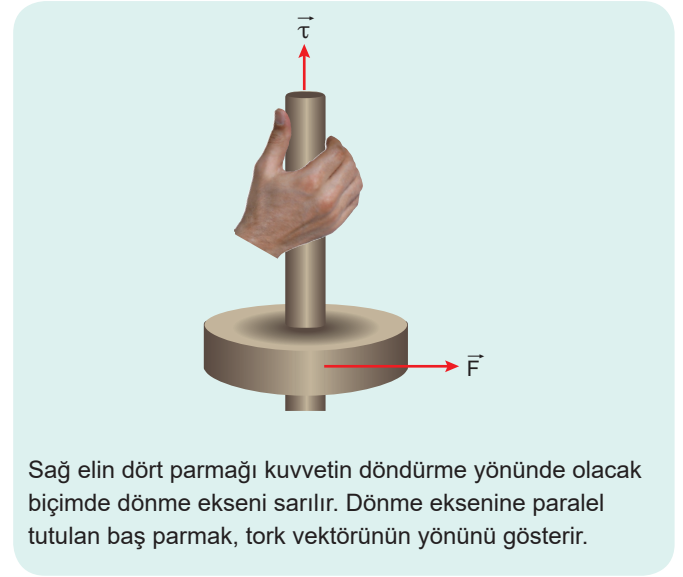


Tork Vektörünün Birimi ve Yönü

Tork, $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{d}$ vektörel işlemi ile hesaplandığı için SI'da birimi **Nxm**'dir.

(Burada vektörel çarpım sembolü kullanıldığına, iş birimi olan N.m ile ilişkili olmadığına dikkat ediniz.)

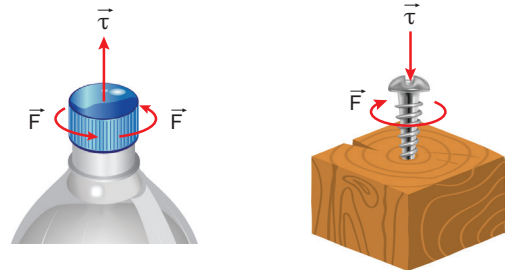
Tork vektörü, dönme ekseninde gösterilen ve yönü sağ el kuralı ile bulunan bir vektördür.



Sağ elin dört parmağı kuvvetin döndürme yönünde olacak biçimde dönme eksenine sarılır. Dönme eksenine paralel tutulan baş parmak, tork vektörünün yönünü gösterir.

Not

Şişe kapakları ve vidalar kendilerine uygulanan kuvvetin oluşturduğu tork vektörü yönünde ilerler.



5 Örnek

Şekildeki yarı açık duran kapı, kapıya herhangi bir noktadan uygulanan kuvvetle tam olarak açılacak ya da tam olarak kapatılacaktır.



Buna göre, kapı tam olarak açılırken ve tam olarak kapanırken oluşan tork vektörlerinin yönü nedir?

	Kapı Açılırken	Kapı Kapanırken
A)	3	4
B)	4	3
C)	1	2
D)	2	1
E)	4	2

Çözüm:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Denge ve Denge Şartları

Bir cisim duruyorsa ya da sabit hızla hareket ediyorsa dengededir.



Cismin durgun hâline **statik denge**, sabit hızlı hâline **dinamik denge** denir.

Dengede olan bir cisim ya da sistemde şu durumlar geçerlidir:

Dengenin 1. Şartı

Cisim ya da sisteme etki eden tüm kuvvetlerin bileşkesi sıfırdır.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \Sigma \vec{F}_x = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0$$

Dengenin 2. Şartı

Cisim ya da sisteme etki eden tüm kuvvetlerin herhangi bir noktaya göre torklarının bileşkesi sıfırdır.

$$\Sigma \vec{\tau} = 0$$

6 Örnek

K, L, M cisimlerine uygulanan kuvvetlerin ya da etkisinde kaldıkları tork hakkında aşağıdaki bilgiler veriliyor:

K cismi : Etkisinde kaldığı kuvvetlerin bileşkesi sıfırdır.

L cismi : Cisme etki eden kuvvetlerin net torku sıfırdır.

M cismi : Etkisinde kaldığı kuvvetlerin bileşkesi ve bu kuvvetlerin net torku sıfırdır.

Buna göre, K, L, M cisimlerinden hangileri kesinlikle dengededir?

- A) Yalnız K B) Yalnız L C) Yalnız M
- D) K ve L E) K, L ve M

Çözüm:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Kesişen Kuvvetlerin Dengesi

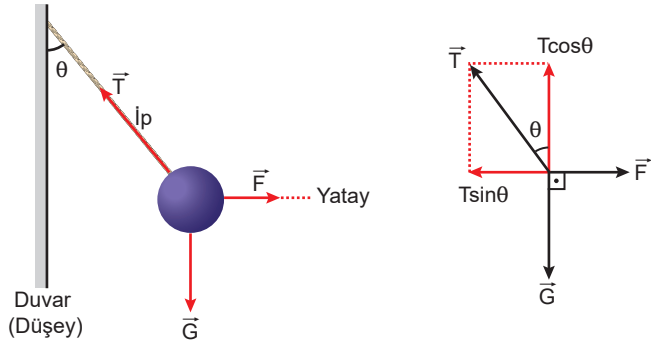
Cisim üzerine uygulanan kuvvetler bir noktada kesişiyorsa ve bileşkeleri sıfır oluyorsa cisim dengededir.

Kuvvetlerden herhangi biri, geri kalan kuvvetlerin bileşkesine eşit ve zıt yönlüdür.

İple duvara bağlı küresel bir cisim, $\vec{F}$ kuvvetiyle şekildeki gibi dengede ise,

$$\vec{F} + \vec{G} + \vec{T} = 0$$

bağıntısı geçerlidir.

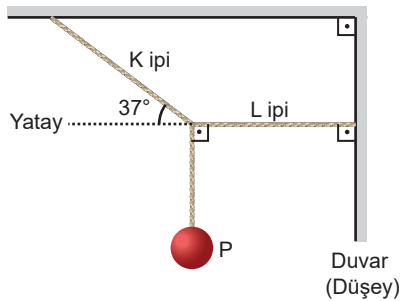


$$F = T \sin \theta$$

$$G = T \cos \theta$$

7 Örnek

P ağırlıklı bir cisim, K ve L ipleriyle asılarak şekildeki gibi dengelenmiştir.



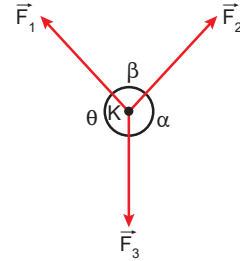
K ipindeki gerilme kuvvetinin büyüklüğü 50 N olduğuna göre, cismin P ağırlığı ve L ipindeki gerilme kuvveti sırasıyla kaç N olur? ($\sin 37^\circ = 0,6$, $\cos 37^\circ = 0,8$)

- A) 30 - 40 B) 40 - 30 C) 40 - 40
D) 30 - 30 E) 50 - 40

Çözüm:

Lâmi Teoremi

Kesişen üç kuvvetin etkisinde kalan cisimlerin dengesini incelemek için kullanılabilen bir teoremdir.

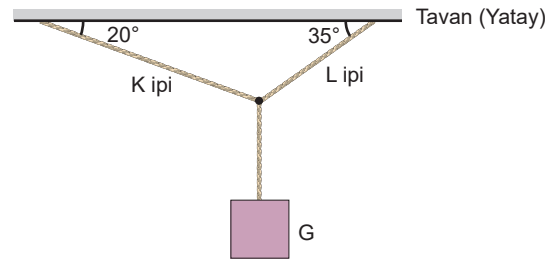


K noktasal cismi dengedeysse kuvvetin, karşısındaki açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \theta} = \frac{F_3}{\sin \beta} = \text{sabit}$$

8 Örnek

İplerle tavana asılarak şekildeki gibi dengede olan cismin ağırlığı G, K ve L iplerindeki gerilme kuvvetlerinin büyüklükleri de sırasıyla T_K ve T_L 'dir.



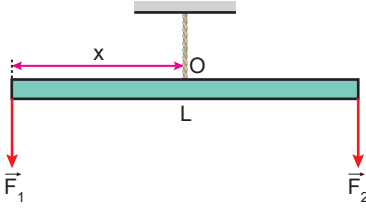
İp ağırlıkları önemsiz olduğuna göre T_K , T_L ve G arasındaki ilişki nedir?

- A) $G < T_K < T_L$ B) $G = T_K < T_L$ C) $G = T_L < T_K$
D) $T_K < G < T_L$ E) $T_L < G < T_K$

Çözüm:

Aynı Yönlü Paralel Kuvvetlerin Dengesi

Ağırlığı önemsiz çubuğun uçlarına $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetleri uygulandığında çubuğun yatay olarak dengede kalabilmesi için destek noktası ya da asılma noktası üç farklı yöntemle bulunabilir.



L uzunluğundaki ağırlıksız çubuğun dengede kalması için O noktasından asılması gerektiğini ve bu noktanın $\vec{F}_1$ kuvvetine uzaklığının x olduğunu kabul edelim.

1. Yol:

O noktasına göre kuvvetlerin tork büyüklükleri eşitlenir.

$$F_1 \cdot x = F_2 \cdot (L - x)$$

2. Yol:

O noktasının sağındaki ve solundaki uzaklıklar, kuvvet büyüklükleri ile ters orantılıdır.

$$x = \frac{L}{F_1 + F_2} \cdot F_2$$

3. Yol:

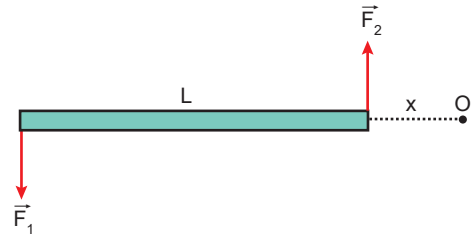
İpteki gerilme kuvveti $F_1 + F_2$ kadardır. F_1 'in etki noktasına göre torklar eşitlenir.

$$(F_1 + F_2) \cdot x = F_2 \cdot L$$

Paralel kuvvetlerin denge noktası, kuvvetler arasında ve büyük kuvvete daha yakın olur.

Zıt Yönlü Paralel Kuvvetlerin Dengesi

Ağırlığı önemsiz çubuğun uçlarına zıt yönlü iki kuvvet etki ediyorsa denge noktası, kuvvetler dışında ve büyük kuvvet tarafında olur.



$F_2 > F_1$ kabul edildi.

x mesafesi şu yollarda hesaplanabilir:

1. Yol:

O noktasına göre kuvvetlerin tork büyüklükleri eşitlenir.

$$F_1 \cdot (L + x) = F_2 \cdot x$$

2. Yol:

Kuvvetlerin etki noktasının denge noktasına uzaklıkları, kuvvet büyüklükleri ile ters orantılıdır.

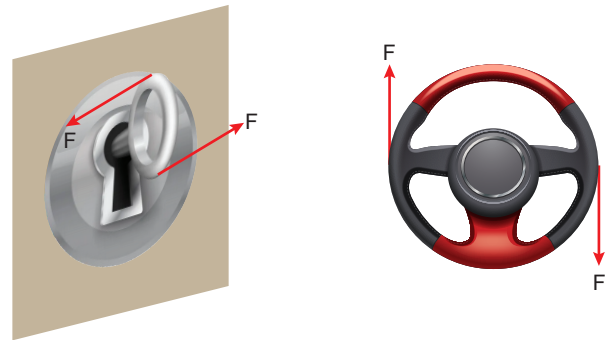
$$x = \frac{L}{F_2 - F_1} \cdot F_1$$

3. Yol:

O noktasındaki dengeleyici kuvvet $F_2 - F_1$ kadardır ve yönü F_1 ile aynıdır. F_2 'nin etki noktasına göre torklar eşitlenir.

$$F_1 \cdot L = (F_2 - F_1) \cdot x$$

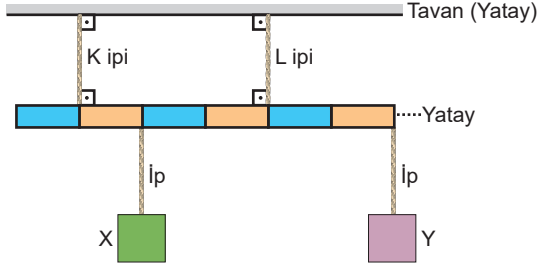
Eğer $F_1 = F_2$ ise bu kuvvetler, **kuvvet çifti** olarak adlandırılır ve kuvvet çiftlerinin denge noktası yoktur.



Anahtara uygulanan kuvvetler, direksiyona uygulanan kuvvetler v.b kuvvet çiftidir.

9 Örnek

Homojen ve eşit bölmeli bir çubuk, K ve L ipleriyle tavana asıldıktan sonra ağırlıkları G_X ve G_Y olan cisimlerle şekildeki gibi dengeleniyor.



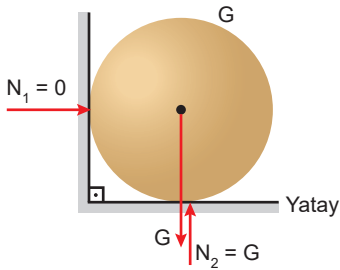
K, L iplerindeki gerilme kuvvetleri sırasıyla T ve 2T olduğuna göre, $\frac{G_X}{G_Y}$ oranı kaçtır?

(İp ağırlıklarını önemsemeyiniz.)

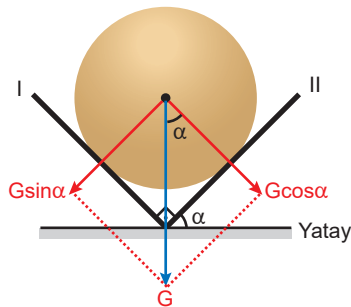
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

Çözüm:

Ağırlığı G olan homojen bir küre, şekildeki gibi dengede ise ağırlığı, yatay zeminin uyguladığı kuvvetle dengelenir, düşey duvar küreye kuvvet uygulamaz.



G ağırlığındaki küre, şekildeki düzlemler arasında dengede ise ağırlık vektörünün bileşenleri bulunur.



I. düzlemin tepkisi,

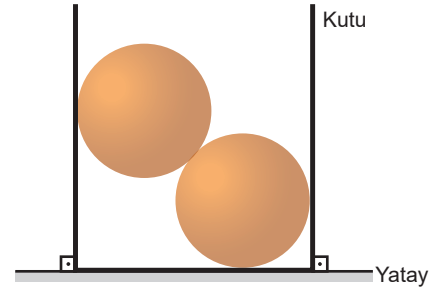
$$N_I = G \cdot \sin \alpha$$

II. düzleminin tepkisi,

$$N_{II} = G \cdot \cos \alpha$$

10 Örnek

Sürtünmesiz bir kutuya her birinin ağırlığı 20 N olan homojen ve özdeş iki küre, şekildeki gibi konuluyor.



Buna göre, kutu tabanının alttaki küreye uyguladığı kuvvet kaç N olur?

- A) 40 B) 30 C) 20 D) 10 E) 5

Çözüm:

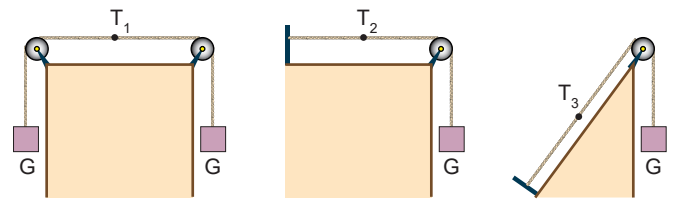
Not

Bir ip, her iki ucundan F kuvveti ile çekilirse ipteki gerilme kuvveti de F olur.



11 Örnek

G ağırlıklı cisimler sürtünmesiz sistemlerde ağırlıksız iplerle şekildeki gibi dengededir.

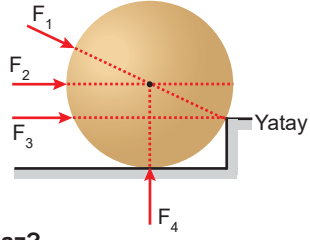


Buna göre, T_1 , T_2 , T_3 gerilme kuvvetleri arasındaki ilişki nedir?

- A) $T_1 > T_2 > T_3$ B) $T_1 = T_2 = T_3$ C) $T_3 > T_2 > T_1$
D) $T_1 > T_2 = T_3$ E) $T_2 = T_3 > T_1$

Çözüm:

1. Bir basamağın köşesine dayalı duran şekildeki homojen küreye F_1, F_2, F_3, F_4 kuvvetleri ayrı ayrı uygulanıyor.

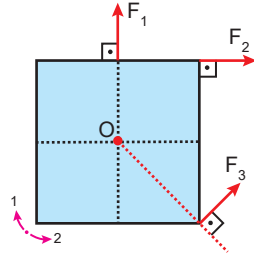


Buna göre, bu kuvvetlerden hangileri küreyi basamaktan asıramaz?

- A) F_1 ve F_4 B) Yalnız F_2 C) F_3 ve F_4
D) F_1, F_3 ve F_4 E) F_2 ve F_3

Çözüm:

2. Bir kenarının uzunluğu $2a$ olan şekildeki kare levha, O noktasından geçen eksen etrafında dönebilmektedir.



Levhaya eşit büyüklükteki aynı düzlemde bulunan F_1, F_2, F_3 kuvvetleri birlikte uygulandığına göre,

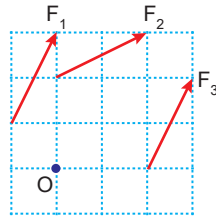
- I. Levha 1 yönünde döner.
II. Levha 2 yönünde döner.
III. Bileşke tork, sayfa düzlemine dik dışarı doğru olur.
IV. Bileşke tork, sayfa düzlemine dik içeri doğru olur.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) III ve IV C) II ve IV
D) II ve III E) I ve IV

Çözüm:

3. Aynı düzlemde bulunan eşit büyüklükteki F_1, F_2 ve F_3 kuvvetlerinin O noktasına göre, torkların büyüklükleri sırasıyla τ_1, τ_2, τ_3 'tür.

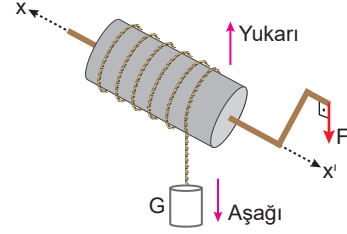


Buna göre, τ_1, τ_2, τ_3 arasındaki ilişki nedir? (Kare bölmeleri özdeş kabul ediniz.)

- A) $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$ B) $\tau_1 < \tau_2 = \tau_3$ C) $\tau_1 < \tau_3 < \tau_2$
D) $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ E) $\tau_3 < \tau_2 < \tau_1$

Çözüm:

4. $x - x'$ eksen etrafında dönebilen şekildeki çıkırcı silindiri, kola uygulanan F kuvveti ve ipe bağlı G ağırlıklı yük ile dengededir.

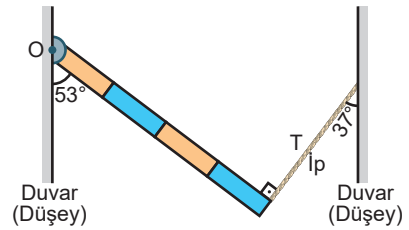


Buna göre, F ve G 'nin $x - x'$ eksenine göre torkların yönü ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

F	G
A) x' yönünde	x' yönünde
B) x yönünde	x yönünde
C) x yönünde	x' yönünde
D) Yukarı	Aşağı
E) Aşağı	Yukarı

Çözüm:

5. Ağırlığı 125 N olan homojen ve eşit bölmeli çubuk, O noktasından geçen sürtünmesiz mil etrafında serbestçe dönebilmektedir.



Çubuk, şekildeki gibi dengede olduğuna göre, ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü kaç N'dir?

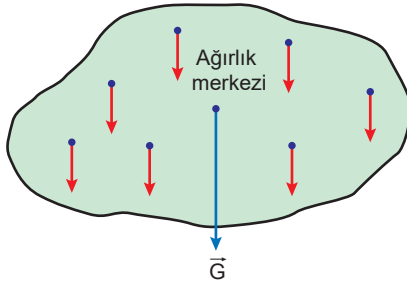
($\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0,6$; $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0,8$)

- A) 100 B) 80 C) 60 D) 50 E) 40

Çözüm:

Kütle ve Ağırlık Merkezi

Çevremizdeki bütün cisimlerin ortak özelliklerinden biri tanecikli yapıya sahip olmalarıdır. Cisim üzerindeki bu tanecikler, Dünya yüzeyinde ya da yakınında iken yer çekimi kuvvetine maruz kalır.



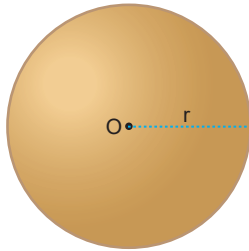
Cismin bütün taneciklerine uygulanan yer çekimi kuvvetinin bileşkesine **ağırlık**, bu bileşke kuvvetin etki noktasına **ağırlık merkezi** denir.

Başka bir deyişle cismin tüm ağırlığının toplandığı düşünülen noktaya **ağırlık merkezi** denir.

Benzer şekilde düşünüldüğünde bir cismin kütlelerinin tamamının toplandığı düşünülen noktaya **kütle merkezi** denir.

1 Örnek

Yer çekimsiz ortamda bulunan düzgün yapı, O merkezli r yarıçaplı küre, şekildeki gibidir.



Buna göre,

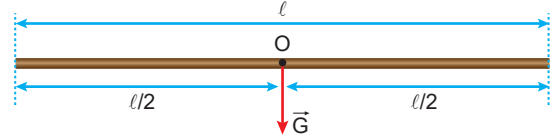
- Cismin ağırlık merkezi ile kütle merkezi aynı noktadadır.
 - Cisim için ağırlık merkezi ve ağırlıktan söz edilemez.
 - Cismin sıcaklığı artırılırsa kütle merkezinin boyutları büyür.
- yargılarından hangileri doğrudur?**

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

Çözüm:

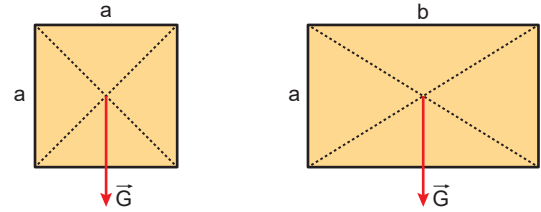
DÜZGÜN GEOMETRİK YAPIDAKİ CİSİMLERİN AĞIRLIK MERKEZİ

Çubuk



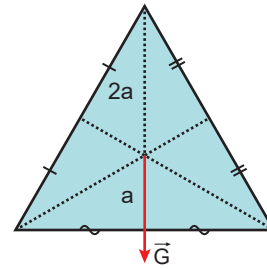
Düzdü ve türdeş çubuğun ağırlık merkezi çubuğun orta noktasıdır. Homojen çubuklarda ağırlık, çubuğun boyu ile doğru orantılıdır.

Kare ve Dikdörtgen Levha



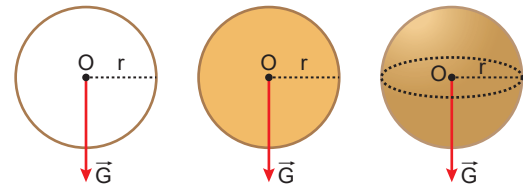
Düzdü, türdeş kare ve dikdörtgen levhaların ağırlık merkezleri köşegenlerinin kesim noktasıdır. Aynı kalınlıktaki homojen levhaların ağırlıkları, yüzey alanları ile doğru orantılıdır.

Üçgen Levha



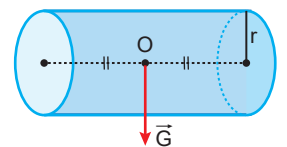
Türdeş üçgen levhaların ağırlık merkezi kenarortayların kesim noktasıdır.

Çember, Daire, Küre, Silindir



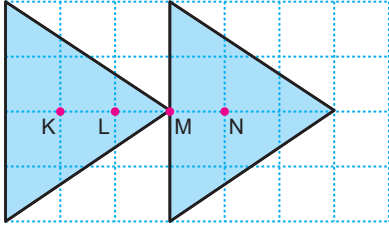
Düzdü, türdeş, küre, silindir gibi cisimlerin kütle merkezleri geometrik merkezleridir.

Üç boyutlu cisimlerin ağırlıkları, hacimleri ile doğru orantılıdır.



2 Örnek

Kalınlıkları aynı olan düzgün türdeş iki üçgen levha şekildeki gibi birleştirilmiştir.



Buna göre, elde edilen yeni cismin kütle merkezi nerededir? (Kare bölmeleri özdeş kabul ediniz.)

- A) KL arası B) L noktası C) LM arası
D) M noktası E) MN arası

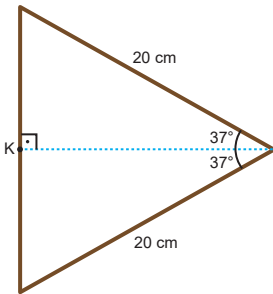
Çözüm:

Not

Eşkenar üçgen olmadıkça, üçgen tel çerçeve ile üçgen levhanın ağırlık merkezi çakışmaz.

3 Örnek

Homojen ve türdeş bir telden elde edilen ikizkenar üçgen çerçeve şekildeki gibidir.



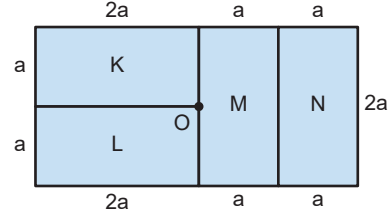
Buna göre, çerçevenin ağırlık merkezi K noktasından kaç cm uzaktır? ($\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$)

- A) 4 B) 5 C) $\frac{16}{3}$ D) 6 E) 8

Çözüm:

4 Örnek

Farklı metallerden yapılmış dikdörtgen biçimli, ince, düzgün ve türdeş K, L, M, N parçalarından oluşturulan levhanın kütle merkezi O noktasıdır.



K, L, M, N parçalarının kütleleriyle ilgili,

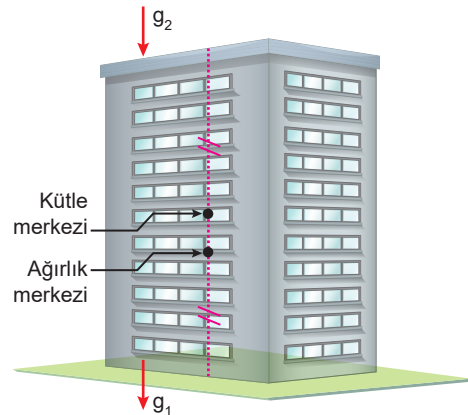
- I. K'nin kütlesi L'ninkine eşittir.
II. M'nin kütlesi N'ninkine eşittir.
III. K ile L'nin kütlelerinin toplamı, M ile N'nin kütlelerinin toplamına eşittir.

yargılarından hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

Çözüm:

Bir cisim üzerinde, yer çekimi ivmesi farklı değerler alıyorsa cismin kütle merkezi ile ağırlık merkezi çakışmaz.



Düzensiz yapıllı şekildeki gökdelenin alt kısmındaki çekim ivmesi g_1 , üst kısmındaki çekim ivmesi g_2 'den daha büyüktür. Yani tabandan yukarı doğru ilerledikçe gökdelen üzerindeki özdeş parçaların ağırlıkları azalır.

Buna göre, gökdelenin ağırlık merkezi yüksekliğinin orta noktasından aşağıda, kütle merkezi yüksekliğinin tam ortasında olur.

Not

Gökdelenin yüksekliği arttıkça, kütle merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki uzaklık artar.

5 Örnek

Düzgün geometriye ve özkütleye sahip, gökdelenler gibi görece yüksek yapıların ağırlık merkezleri ile kütle merkezleri arasında az da olsa bir fark vardır.

Bu tür düzgün ve yüksek yapılarda kütle merkezi ve ağırlık merkezi ile ilgili;

- Kütle ve ağırlık merkezleri arasındaki fark binaların depreme dayanıklı olması için özellikle tasarlanmıştır.
- Ağırlık merkezi, düşey olarak kütle merkezinden daha aşağıdadır.
- Kütle ve ağırlık merkezleri arasındaki fark binanın her noktasındaki yer çekimi ivmesinin aynı olmamasının bir sonucudur.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

ÖSYM

Çözüm:



L uzunluğundaki homojen bir telin bir ucundan a kadarlık kısım kendi üzerine katlanırsa ağırlık merkezi ok yönünde kayar ve kayma miktarı (Δx),

$$\Delta x = \frac{a^2}{L}$$

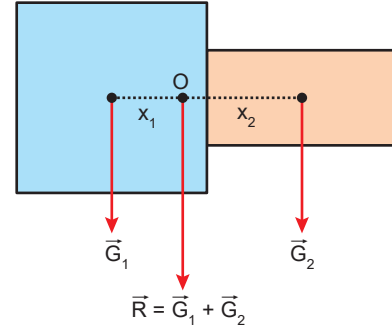
bağıntısıyla hesaplanır.

Eğer, a kadarlık kısım kesilip atılırsa ağırlık merkezinin kayma miktarı

$$\Delta x = \frac{a}{2}$$

olur.

Ekleme (Cisimlerin Birbirine Yapıştırılması)



$$G_1 \cdot x_1 = G_2 \cdot x_2$$

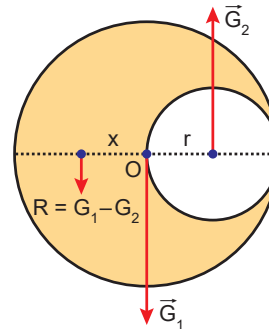
G_1 ; başlangıçtaki cismin ağırlığı

G_2 ; eklenen cismin ağırlığı

O noktası, birleşik cismin ağırlık merkezi

Çıkarma (Cisimden Parça Çıkarma)

Cisimden parça çıkarılırsa çıkarılan parça hafifleme oluşturduğundan, o parçanın ağırlık vektörü yukarı yönlü düşünülür.



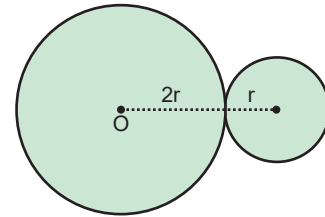
$$G_1 \cdot x = G_2 \cdot (r + x)$$

G_1 ; başlangıçtaki cismin ağırlığı

G_2 ; çıkartılan cismin ağırlığı

6 Örnek

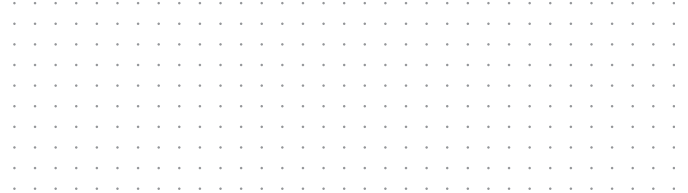
2r yarıçaplı düzgün türdeş dairesel levhaya aynı maddeden yapılmış aynı kalınlıktaki, r yarıçaplı düzgün türdeş levha şeklindeki gibi yapıştırılıyor.



Buna göre, cismin kütle merkezi O noktasından kaç r uzakta olur?

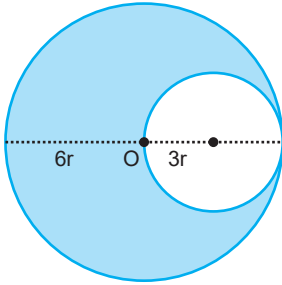
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

Çözüm:



7 Örnek

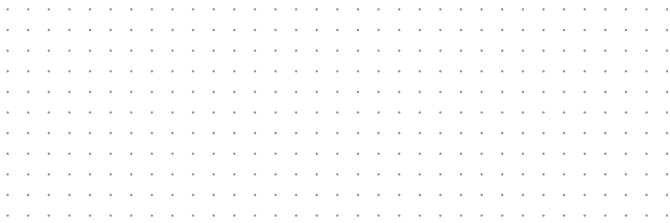
Düzgün türdeş 6r yarıçaplı dairesel levhadan şekildeki gibi 3r yarıçaplı dairesel bölüm çıkartılıp atılıyor.



Buna göre, kütle merkezi kaç r yer değişir?

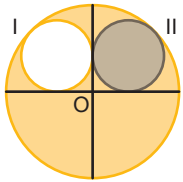
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm:

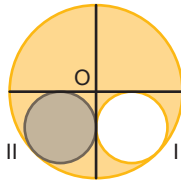


8 Örnek

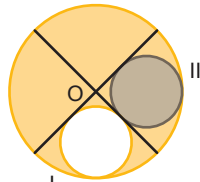
Dört eşit parçaya bölünmüş daire biçimli türdeş ve düzgün bir levhanın I. bölmelerinden çıkarılan dairesel bir parça, şekillerdeki gibi II. bölmelerine yapıştırılmıştır. Levha, O merkezinden geçen, yatay bir eksen çevresinde serbestçe dönebilmektedir.



Şekil I



Şekil II

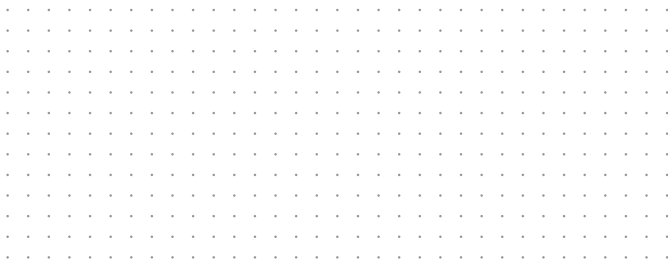


Şekil III

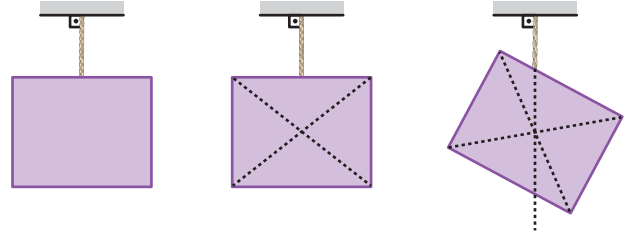
Hangi şekillerdeki levhalar serbest bırakılırsa saat ibreleri yönünde dönmeye başlar?

- A) Yalnız Şekil I B) Yalnız Şekil II
C) Yalnız Şekil III D) Şekil I ve Şekil III
E) Şekil I ve Şekil II

Çözüm:



- Bir cisim ipe asılarak serbest bırakılıp dengeye gelmesi beklenirse askı ipinin uzantısı ağırlık merkezinden geçer.



Başka bir ifadeyle ağırlık merkezi ile asılma noktası aynı düşey doğrultu üzerindedir.

Asılma noktasına göre bileşke tork sıfırdır.

9 Örnek

İpe asılarak dengelenmiş düzgün türdeş bir levha şekildeki gibi özdeş kare parçalara bölünmüştür.

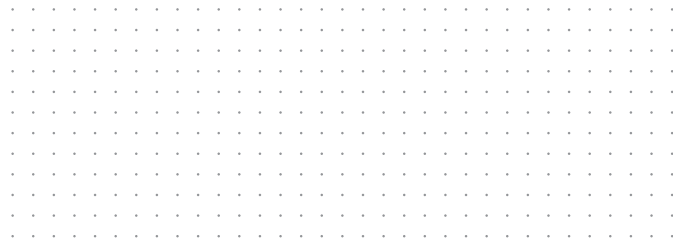
Taralı parçalar çıkarılıp atıldığına göre,

- I. L ve M'yi çıkarmak
II. L ve K'yi çıkarmak
III. M, K ve N'yi çıkarmak

işlemlerinden hangileri tek başına yapılırsa levhanın dengesi bozulmaz?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

Çözüm:



10 Örnek

Eşit bölmeli homojen kare levhanın taralı kısımları çift katlıdır.

Levhanın ipe asılıp şekildeki gibi dengede kalmasını sağlamak için,

- I. K parçasını çift katlı yapmak
II. K, L ve M parçalarını kesip atmak
III. L ve M parçalarını çift katlı yapmak

işlemlerinden hangileri tek başına yapılabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) I, II ve III

